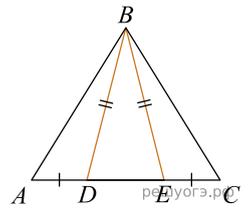


1. На стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  выбраны точки  $D$  и  $E$  так, что отрезки  $AD$  и  $CE$  равны (см. рис.). Оказалось, что отрезки  $BD$  и  $BE$  тоже равны. Докажите, что треугольник  $ABC$  — равнобедренный.

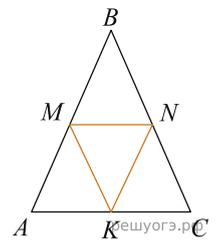


2. Высоты  $AA_1$  и  $BB_1$  остроугольного треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $E$ . Докажите, что углы  $AA_1B_1$  и  $ABB_1$  равны.

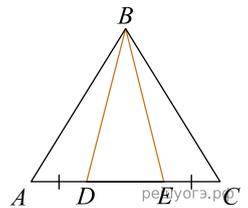
3. В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$  углы  $ABD$  и  $ACD$  равны. Докажите, что углы  $DAC$  и  $DBC$  также равны.

4. Окружности с центрами в точках  $E$  и  $F$  пересекаются в точках  $C$  и  $D$ , причем точки  $E$  и  $F$  лежат по одну сторону от прямой  $CD$ . Докажите, что  $CD \perp EF$ .

5. В равностороннем треугольнике  $ABC$  точки  $M, N, K$  — середины сторон  $AB, BC, CA$  соответственно. Докажите, что треугольник  $MNK$  — равносторонний.



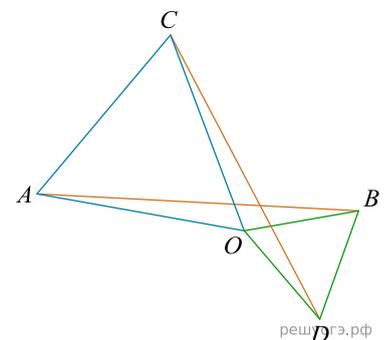
6. На стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $D$  и  $E$  так, что  $AD = CE$ . Докажите, что если  $BD = BE$ , то  $AB = BC$ .



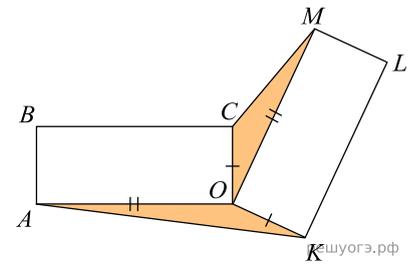
7. На медиане  $KF$  треугольника  $MKP$  отмечена точка  $E$ . Докажите, что если  $EM = EP$ , то  $KM = KP$ .

8. Докажите, что биссектрисы углов при основании равнобедренного треугольника равны.

9. Два равносторонних треугольника имеют общую вершину. Докажите, что отмеченные на рисунке отрезки  $AB$  и  $CD$  равны.



10. Два равных прямоугольника имеют общую вершину  $O$  (см. рис.). Докажите, что площади треугольников  $AOK$  и  $COM$  равны.



11. Докажите, что у равных треугольников  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  биссектрисы, проведенные из вершины  $A$  и  $A_1$ , равны.

12. В треугольнике  $ABC$  угол  $B$  равен  $36^\circ$ ,  $AB = BC$ ,  $AD$  — биссектриса. Докажите, что треугольник  $ABD$  — равнобедренный.

13. В остроугольном треугольнике  $ABC$  угол  $B$  равен  $60^\circ$ . Докажите, что точки  $A$ ,  $C$ , центр описанной окружности треугольника  $ABC$  и точка пересечения высот треугольника  $ABC$  лежат на одной окружности.

14. Окружность касается стороны  $AB$  треугольника  $ABC$ , у которого  $\angle C = 90^\circ$ , и продолжений его сторон  $AC$  и  $BC$  за точки  $A$  и  $B$  соответственно. Докажите, что периметр треугольника  $ABC$  равен диаметру этой окружности.

15. Докажите, что медиана треугольника делит его на два треугольника, площади которых равны между собой.

16. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $BB_1$  и  $CC_1$ . Докажите, что углы  $BB_1C_1$  и  $BCC_1$  равны.